

Hong Kong Mathematics Olympiad (2008 – 2009)

Heat Event (Individual)

香港數學競賽 (2008 – 2009)

初賽項目(個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

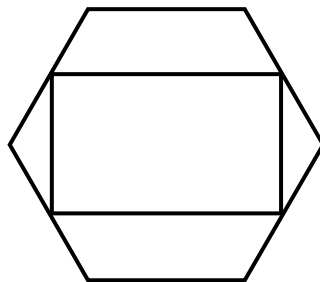
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 設 $x = 0.\dot{2}\dot{3} + 0.00\dot{2}\dot{3} + 0.0000\dot{2}\dot{3} + 0.000000\dot{2}\dot{3} + \dots$ ，求 x 的值。

Let $x = 0.\dot{2}\dot{3} + 0.00\dot{2}\dot{3} + 0.0000\dot{2}\dot{3} + 0.000000\dot{2}\dot{3} + \dots$, find the value of x .

2. 如圖一，給定一正六邊形及一矩形，矩形的頂點是六邊形的四條邊的中點。若矩形與六邊形的面積之比為 $1:q$ ，求 q 的值。

In Figure 1, a regular hexagon and a rectangle are given. The vertices of the rectangle are the mid-points of four sides of the hexagon. If the ratio of the area of the rectangle to the area of the hexagon is $1:q$, find the value of q .



圖一

Figure 1

3. 設 $16\sin^4\theta^\circ = 5 + 16\cos^2\theta^\circ$ 且 $0 \leq \theta \leq 90$ ，求 θ 的值。

Let $16\sin^4\theta^\circ = 5 + 16\cos^2\theta^\circ$ and $0 \leq \theta \leq 90$, find the value of θ .

4. 設 m 為 $\gcd(2008, 4518)$ 的正因數個數，其中 $\gcd(2008, 4518)$ 是 2008 與 4518 的最大公因數。求 m 的值。

Let m be the number of positive factors of $\gcd(2008, 4518)$, where $\gcd(2008, 4518)$ is the greatest common divisor of 2008 and 4518. Find the value of m .

5. 已知 $x^2 + (y-3)^2 = 7$ ，其中 x 及 y 為實數。若 $5y + x^2$ 的極大值為 k ，求 k 的值。

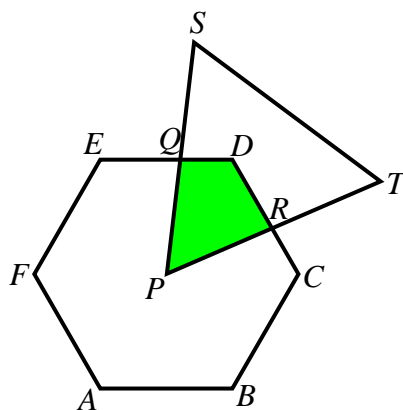
Given that $x^2 + (y-3)^2 = 7$, where x and y are real numbers. If the maximum value of $5y + x^2$ is k , Find the value of k .

6. 設 $f_1(x) = \frac{1}{1-x}$ ，及 $f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x))$ ，其中 $n = 2, 3, 4, \dots$ 。求 $f_{2009}(2008)$ 的值。

Let $f_1(x) = \frac{1}{1-x}$ and $f_n(x) = f_1(f_{n-1}(x))$, where $n = 2, 3, 4, \dots$. Find the value of $f_{2009}(2008)$.

7. 在圖二中， $ABCDEF$ 是一正六邊形，其中心點是 P 。 $\triangle PST$ 是一等邊三角形。已知 $AB = 6$ cm， $QD = 2$ cm 及 $PT = 12$ cm。若六邊形與三角形的公共部分面積為 c cm²，求 c 的值。

In Figure 2, $ABCDEF$ is a regular hexagon centered at the point P . $\triangle PST$ is an equilateral triangle. It is given that $AB = 6$ cm, $QD = 2$ cm and $PT = 12$ cm. If the area of the common part of the hexagon and triangle is c cm², find the value of c .



圖二

Figure 2

8. 求 7^{2009} 的個位值。

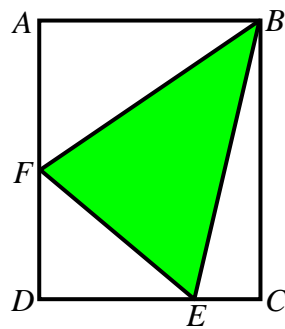
Find the unit digit of 7^{2009} .

9. 已知 a 和 b 是整數。設 $a - 7b = 2$ 及 $\log_{2b} a = 2$ ，求 $a \times b$ 的值。

Given that a and b are integers. Let $a - 7b = 2$ and $\log_{2b} a = 2$, find the value of $a \times b$.

10. 如圖三， $ABCD$ 為一矩形。 E 及 F 分別在 CD 及 AD 上使得 $AF = 8$ cm 及 $EC = 5$ cm。已知陰影部分的面積是 80 cm^2 。設矩形 $ABCD$ 的面積為 $g \text{ cm}^2$ ，求 g 的值。

In Figure 3, $ABCD$ is a rectangle. Points E and F lie on CD and AD respectively, such that $AF = 8$ cm and $EC = 5$ cm. Given that the area of the shaded region is 80 cm^2 . Let the area of the rectangle $ABCD$ is $g \text{ cm}^2$, find the value of g .



圖三

Figure 3